

吴文俊先生的学术思想

对我的影响

■ 陆启铿

在吴文俊先生七十岁、八十岁、九十岁生日之际，我都分别在《数学物理学报》(1991)，《数学与系统科学》(1999)及《数学物理学报》(2009)写学术论文为之祝寿，其中每一篇都有一小段提到吴先生对我的一些影响。现在笔者把这些分散的片段整理一下并增加一些其它以前未述及的内容，把吴先生从1952年到数学研究所开始至1980年数学所分为三个所他离开数学所为止，他在数学的学术思想上对我的影响回顾一下。我想他的影响恐怕不止局限于我一个人，我相信数学研究所相当一部分人，甚至中国数学界相当的一部分人，都有在这一方面或那一方面受到他的影响。我只能谈我自己的一部分。

吴文俊先生留学法国的时期，正值法国在二战后数学上鼎盛时

期，在Leray, de Rham, H. Cartan, Ehresman等老一辈数学家带领下，培养了一大批后来成名的年青数学家如Serre, Thom, Grothendiek, Schwartz等等，吴文俊先生便是在此伏越的环境下得到熏陶，并且参加了世界著名的H. Cartan讨论班。他的工作在法国得到了声誉。他把当时世界上最新的数学进展的信息带回了中国并加以传播。他不是简单地转述别人的结果，而是有自己的洞察和理解。他的报告深入而浅出，引人入胜，使青年人受益不浅，从而得到启发。真有“听君一席话，胜读十年书”的感受。他回国以后，仍然继续创新性的研究，密切关注国际上数学的最近发展，经常向较他年青的一代介绍。其实他自己当时也很年青，不过三十多些而已。

1952年我国高等学校院系调整，吴文俊先生从北京大学调到中国科学院数学研究所工作。他最初给我的印象是一个有点不愿引人注意的学者风度，只埋头自己的研究，很少主动和别人谈话，但如果你诚恳地向他请教数学的问题，他都会很热情地回答的。

自1951年数学研究所从城内文津街3号的两间办公室，搬到清华大学内一幢有两层楼的小楼内。初来时吴文俊先生还未成家，在数学所一层的小公共食堂中可经常见到他来吃饭，有时和我同一饭桌。我常趁此机会向他请教几何方面的问题。由于我研究多复变函数需要很多几何知识，我正在读É. Cartan的名著黎曼几何的书。对我来说是天书，因为这本书有不少概念没有给出详细定义，我记得最初问他的问题是何为定向(orientation)，他很耐心地向我说明。

1952年三反、五反运动，思想改造运动刚结束，数学所迎来了相对稳定时期，增加了张素诚、吴文俊、冯康等从国外回来不久的研究人员，华罗庚所长组织了全所报告会，除了华罗庚亲自报告他最近的研究结果外，他还邀请冯康、吴文俊等人作了系列介绍国外最新成果的报告，有时也请外地的人来作报告，如李国平、陈建功教授等。这是数学所欣欣向荣的时期。我从吴文俊先生的系列报告得益最多。

他从最基本的微分流形的概念讲起，生动地说明这是由一块块欧氏开集，以某种形式拼凑起来，并举出不少重要的具体例子，其中有 n 维投影空间如何由 $n+1$ 个坐标领域拼凑起来。这是后来我定义典型流形所效法的。他由浅入深，讲外微分形式的Poincaré引理，以及最后讲的de Rham定理的证明。几年之后大约在1960年左右，我参加了关肇直、张恭庆的量子场论讨论班，当讨论适合Marxwell方程的电磁场张量为什么能用电磁势的微分来表达时，我说这就是Poincaré引理的原因，他们都表示很惊讶，其实我是从吴先生处学来的。吴先生讲de Rham定理从流形的破分(triangulation)谈起，用de Rham的原始文章的构造性方法来证明，这又使我获益匪浅。到60年代中期，吴新谋组织Leray的Cauchy问题讨论班中，我就是从Leray的Cauchy-Fantapere公式中，构造出适当的循环与外微分式，推出包括华罗庚典型域的Cauchy公式在内的Cauchy公式。我的这篇文章是用中文发表在文革开始的最后一期《数学学报》上，被美国翻译成英文，法国的一些数学家对此颇感兴趣，在Norquet讨论班讲义的报告中被提到过十多次。

吴先生在很多场合都强调数学的构造性方法的重要性，这点和我的老师华罗庚先生的观点十分相近。华先生经常对我说，为什么那么多文章讨论具体的（代数或微分）方程的存在性，证明如何把解构造出来不就完了吗？这种思想对我在数学研究上的影响是很大的。我一生的研究工作，大部分都是构造性。正如吴文俊先生所说，中国数学史上有过的辉煌的数学，都是用构造性方法得到，这是我国的传统。但随着我年龄的增加以及与国外的交流增多，我了解到构造性方法虽然是数学上很重要的，并且在应用于实际上是很主要的方法，但不是数学上唯一的方法。例如有些微分方程的解不存在，这就无法去构造其解。逻辑的推理，对数学的发展以及数学之外的科学思想的发展，是至关重要的。

由于数学研究所的业务与人员不断地发展，清华园内的二层小楼已经不够用了。1956年研究所搬到了从西苑大旅社租用的一幢大楼内，数学所更加繁荣，学术上十分活跃，讨论班非常之多。我最有兴趣的是参加吴文俊的讨论班，因为他一直在几何的前沿工作，我可以从他的报告中知道一些国际上最新的数学动态。例如我从他那里听到Milnor证明了七维球上有不等价的微分结构的消息。但他的讨论班主要目的是想讲Hirzebruch与Grothendieck的最新的Riemann-Roch定理，就在这个讨论班上我听到了纤维丛的定义。我对此很感兴趣。我的同事孙以半，特地把他珍藏的Steenrod所著的第一本系统介绍纤维丛的书在他离开数学所之前送给了我。这本书着重讨论同伦群，并引用了我们所张素诚研究员的文章，但没有提到纤维丛上的联络论。有关纤维丛上的联络论的知识，是我稍后从1956年出版的Lichnerowich《无穷小联络与和乐群》的法文本学到的。吴文俊的讨论班还没有讲到Riemann-Roch定理便停止了，原因是反右运动开始或者是他要去访问法国，记不清楚了。我自己借华罗庚从美国带回来的de Rham的关于Hodge定理的讲义组织小型讨论班讨论，参加者有张素诚与陈奕培。由于我已经从吴文俊以前的报告中知道了de Rham定理的证明，所以报告de Rham所写讲义并不很困难。

反右以后，大跃进开始，数学所学术上的辉煌时代开始逆转，各个科学分支都受到不同程度的批判，要联系实际，即研究的内容要与生产直接有关系以支持大跃进。我认为科学界后来有浮夸之风，就是从那时代整个中国社会浮夸之风传染来的，直到现在社会上各行业时有自欺欺人之举，这仍然是那个时代的流毒。

大概是由于数学所的研究人员忙于各自寻求联系实际的题目，我很少有机会见到吴文俊先生。直到文化大革命开始，副研究员以上大都是属于资产阶级知识分子，都受到不同程度的冲击（有的被抄家，包括我在内），不准参加运动，但每天仍必须上班，只能待在指定的

办公室，与革命群众隔离开来。我有幸在1970年有一段时间与吴先生分配在同一办公室。我们不敢去图书馆（因为有一位叫许海津的副研去图书馆看书被批斗），这使我们（至少是我）不敢讨论纯粹数学，闲来无事自然会讨论数学无关的事，我记得我们讨论过针灸疗法。吴先生真的买了一包针，而且在自己的身上开始实验，他告诉我结果是“一针见血”。就是说他用针向自己的一个穴位扎下去，结果是鲜血流出来了，大概是以后他放弃了针灸研究的原因。我由于听说科学院组织人批判相对论，我的家中本来就有相对论的书，很好奇就拿出来看看是什么一回事。可能由于同样原因，吴先生也在看相对论的书。于是我们便有时讨论广义相对论，我觉得应该是合法的，因为正在批判相对论嘛。广义相对论实在与微分几何关系太密切。有一次我对相对论的几何的理解有错，他立刻指出来。大概是造反派一直关注（或者是监视）着我们的一举一动，他们知道了我们在研究相对论。有一次数学所革委会通知我去参加一个相对论的座谈会，参加者大多是物理界人士，包括周培源老前辈。我有一个发言，说引力理论除广义相对论外最近有一个Brans-Dick理论，是把引力常数看作是一个标量而非常数，它与爱因斯坦的理论相差甚微。美国正计划放一个人造卫星上天，检验那一个理论更正确。记得周培源先生大不以为然，他对相对论的任何修正都是不能容忍的，更不用谈批判了。

过了几天之后，我正在奉数学所革委会之命，去旁听一个批判李邦河的会议，接受教育。据说是他与什么“五·一六”有关，“五·一六”是什么东西，我也不清楚，因为是不准参加去看大字报的。会议中间，结合到革委会的领导干部关肇直把我叫出来，通知我中午十二时以前必须到科学院的“大批判组”报到。我到了“大批判组”以后没有几个月，这个批判组就划归物理所管理，名字叫13室。13室由一个军代表领导，很少来，管束不是很严。我觉得这里的环境比较宽松。我想原因可能是这个组由科学院副院长陈伯达领导的，庐山会

议之后，就没有对小组有什么指示。我向13室建议把吴文俊先生请到13室工作，吴先生本人也有此意愿，可惜后来由于某种政治气候未能实现。他对几何拓扑在物理中的应用是有兴趣的，杨振宁1972年7月1日在北京大学的报告以及后来的几次报告，我都通知他，他都去参加听了。我写的“规范场与主纤维丛的联络”文章，是模仿他讲微分流形的方法，讲纤维丛是把欧氏空间与李群的局部拓扑积，以适当方式粘合起来。我曾把底稿给他看，问这么讲有没有问题。他看过后说没有什么问题，我才放心投稿。

1976年由于某种原因，我从物理所“逃”回数学所，陆汝钤把我收容在计算机科学组。我有兴趣于计算机公式处理，吴文俊先生也对计算机机械化证明开始产生兴趣，我们有一段时间经常在数学所的机房见到面。但我们的研究都需要更大、更快的计算机。后来科学院资助吴先生买了自己的计算机，而我则被数学所领导叫我重操旧业，搞多复变函数，我们见面讨论研究的机会就少了。特别是1980年数学所分为三个所之后，我们不在同一个研究所了。直到1998年三个所又重新合并，但我已经超过七十岁了，身体和思想都退化了，对新鲜事物已不那么敏感，但吴文俊先生虽比我大8岁依然不断创新，令人十分敬佩。

(作者为中科院数学研究所研究员、中科院院士)