

# 回忆一个 拓扑小组的 二三事

■ 孙以丰

1952年以后的三年多，与吴文俊先生在同一个单位工作，并且方向也一致，因此常有近距离接触的机会。时隔半个世纪，那时的一般情况大部分已经记不得，但也有一些印象深刻的事终生难忘。特别是有幸亲眼见到青年吴文俊和陈丕和女士从相识、相许到完满联姻的全过程。

1952年，中国科学院数学研究所新盖的二层办公小楼坐落在清华园内通向清华南门大路旁，离南门不远处。全国院系调整以后，张素诚先生、吴文俊先生分别从他们原来所在的大学调到这里来。于是，连我在内就有了三个人以拓扑学为方向。其中张素诚最年长，在浙江大学时他是我的老师辈。吴文俊那时虽然已是高级研究人员，但我无意之中却把他看作稍年长的同学辈。起初我和张先生在同一间办公

室，但后来较长时间是与我大学时的同班同学越民义同在一室办公。

1950年前后，以H. Cartan为首的法国拓扑学派做出了一批令世界拓扑学界震惊的科研成果。吴文俊这一段时期正在法国留学，得以亲眼目睹并且亲身参加了法国派这一时期的一些活动。因为有机会接近吴文俊，我非常喜欢倾听他的这些经历。吴和R. Thom是同学，常有交往，互相交流心得。Thom正在攻读博士学位，但尚未最后确定论文题目和方向。一次听了吴文俊对示性类方面的情况介绍之后，Thom很快产生了灵感，没过几天就拿出了成果，其中包括证明了微分流形的Stiefel-Whitney示性类是流形同伦型的不变量，而与流形微分结构的选取无关。这本来是示性类理论中一个基本的未解决问题，现在被R. Thom解决了。吴文俊随即也得到这个问题的另一种解法。证明过程中引进了一族上同调类，后来被称为Wu classes。在巴黎期间，H. Cartan曾经对吴说，有个青年学生叫J. -P. Serre是非常出众的人才，并劝吴文俊可以多同Serre接触。Serre的博士论文果然使代数拓扑得到革命性的进展。吴文俊对于这些法国同学们的才思敏捷也深表钦佩。

我学习法国派的拓扑理论时吴文俊给了很大帮助。他在纸上给我讲解Cartan-Serre的 $n$ -connective covering怎样构作；空间之间的连续映射怎样同伦等价地替换为纤维映射，等等。有一次在我们的三人讨论班上，我报告说，Postnikov不变量可通过将Eilenberg-MacLane空间的基本上同调类经过transgression到底空间而得到。吴文俊听了大为高兴。他说，Postnikov在苏联科学院院报上发表的短文他见到过，相当复杂难懂，放在Cartan-Serre理论的框架内来看就清楚多了。他敦促我将细节写出来。不仅仅在讨论班上高兴，那几天吴文俊在路上与我迎面相遇时总是远远地举起手来热情地打招呼。我觉得这是吴先生对我极大的鼓励。不仅如此，当他收到国外寄来的Cartan讨论班1954-1955的讲义时，自己没多看就先借给我读。

三人讨论班期间，吴文俊的研究工作顺利开展，完成了多篇学术论文。Stiefel-Whitney 示性类的不变性得到证明之后，下一个目标自然地就要考虑 Pontrjagin 示性类。吴文俊对于 mod 3 的 Pontrjagin 示性类证明了不变性。这似乎暗示，对于素数  $p > 3$  的情形，mod  $p$  Pontrjagin 示性类不变性的问题难度很大。在我们讨论班上出现的最重要的成果应当说是吴文俊发现的复形非同伦不变的拓扑不变量。那时，复形的已知道的拓扑不变量如同调群，同伦群，微分流形的 Stiefel-Whitney 示性类等都是同伦不变量，所以觉得吴所指出的这一类不变量很新颖。吴文俊在讨论班上特别谨慎地报告这些结果的证明，不忽略每个细节。而张素诚先生和我就在下面小心验证。这项成果后来获得了国家自然科学奖。

张素诚先生在从事拓扑学研究之前，对微分几何的研究已经颇有建树。上世纪四十年代后期他去英国牛津师从 J.H.C. Whitehead，进入代数拓扑学同伦论的领域。张是较早在此领域得到博士学位的人，甚至早于 P.J. Hilton。张素诚的博士论文虽然发表于半个世纪之前，至今仍常为业内人士引用。张先生 1952 年来数学所以以后得到了许多科研成果。同伦群中的 Whitehead 乘积，容易使人联想到 Lie 代数的括弧 (bracket) 运算。著名数学家 A. Weil 曾猜想 Whitehead 乘积应如 Lie 括弧乘积那样满足 Jacobi 恒等式。张素诚证明了这个猜想，文章发表于国内刊物。差不多同时，国外也有人证明了 Whitehead 乘积的 Jacobi 恒等式。由于当时与国际上的学术交流很闭塞，张先生的这个结果未能及时受到重视。张素诚还引进了一种 attaching cells 的方式造出一个无穷 CW 复形，同伦等价于  $\Omega \Sigma^n$ 。也就是说对球面  $S^n$  的情形，得到一种 CW-复形同伦等价于著名的 I. M. James 构造。张先生对吴文俊的才能非常赞赏，他曾不止一次以赞叹的口吻对我说：“吴文俊是一个很能工作的 topologist，是啊！”我至今能在记忆中显现出张先生说这话时的神情。

和我年纪相仿的刘亚星也是一个爱好拓扑学的人。1952年前后他在北京某高教部门工作，想来参加我们的讨论班，但因工作忙抽不出身而未果。由于他的热心推动，促成了影印论文集 *Papers on algebraic topology III* 的出书。刘亚星请吴文俊和张素诚拿出一些抽印本来作这件事，二位先生慨然同意。这本论文集包含了 Koszul, Serre, Thom 等人的博士论文，J.H.C. Whitehead 一系列重要论文，等等。对于学拓扑学的学子来说是一本非常可贵的参考资料。

1956年秋，我离开了北京，中科院数学所逐年分配一些青年人跟随吴文俊和张素诚学习，在二位先生的指导下开展研究工作。自然地，讨论班的活动也就日渐增多起来，不再是三人一个小组的局面了。

2009年6月

(作者为吉林大学数学学院退休教授)