

回忆跟吴文俊先生做项目

■ 杨路

算起来，我正式参与吴文俊先生主持或指导的“数学机械化”方向的重大重点项目迄今已达17年，而我的“学术生涯”满打满算也仅有30年，与我国“改革开放”同龄。那以前的22年我在农场和煤矿等处“接受改造”。

在北大念书时就听说过吴先生和他的杰出工作，那时我不懂拓扑学，知其然而不知其所以然。高山仰止，可望而不可及。到70年代末吴先生关于几何定理机器判定的文章发表在《中国科学》上，引起了我们那一代中部分人的强烈兴趣，这其中就包括我。

80年初我和张景中（北大1954级同学）出差北京时去看了多年未见的马希文（北大1954级同学），他当时住家在海淀镇上一所四合院里，书桌上散放着若干写过的纸张，正在聚精会神地进行演算。我们问最近都忙些什么呢？马希文说他在考虑怎样将吴先生的定理机器证明写进中学生读物里去。

1983年洪加威（北大1955级同学）在《中国科学》上发表了两篇有关定理机器判定的文章，并鼓动景中和我投入这一研究方向。我们这几位，当初在学校都是主攻几何、代数或者数理逻辑，或是对这些学科特有兴趣的人。在丁石孙先生的代数课上，都听说过塔斯基(A. Tarski)关于初等几何与初等代数定理判定的工作并为之吸引。到80年代我们已经知道，塔斯基的算法虽然完备却不具有实际可操作性，哪怕用最快的计算机。而吴文俊方法哪怕用手算也能判定不少相当困难的几何定理。受此启发，我后来的研究不再追求绝对的完备性，而把实际可行性和高效率看得更重要。

这期间我因研究度量几何曾多次到紫竹院北京图书馆（现在已不叫这个名称）借书。我发现借来的书中几乎每一本后面，所附借阅记录卡上都有吴文俊的签名，看借书日期那时“文化大革命”尚未结束。我当时暗自感叹：吴先生年近60，功成名就，学术上还那么认真执著，真体现了老一代科学家的治学风范！

如今我自己也早被称为“老一代”甚至“老老一代”科学家了，但自忖在敬业精神和治学态度方面还差之甚远。

1992年我参加吴先生主持的“攀登”项目“机器证明及其应用”，很高兴又见到了我大学时代的启蒙老师程民德先生和吴文达先生，以及南开大学的胡国定先生。我在其中负责的课题是“机器证明的理论与算法”，使用工具主要是吴先生倡导的三角列和特征列的方法，辅之以结式计算。

80年代在吴先生工作的激励下，西方学者尝试将“格罗布纳基”（Groebner Basis）应用于几何定理机器证明，结果并不理想。事实上全面地讲，格罗布纳基和特征列是各有所长，但在几何定理机器证明等多个研究领域，三角列和特征列方法明显优越。我个人尤其偏爱这种层层剥茧、步步为营的方法。

譬如非线性代数方程组有多少个零点的问题，如果这个方程组转

化成一个“正常”的三角列，那么可以得出准确答案：“该方程组的零点个数，恰好等于各方程关于其导元的次数之乘积。”这多简单明了！用格罗布纳基能这么方便？当然什么叫“正常的”，这得严格定义。为此我和景中于1991年初提出了“proper ascending chain”的概念，稍后有人（独立地）提出等价概念。90年代以后研究三角列和特征列方法的国内外学者越来越多，并陆续有相关的软件发布。今年发布的计算机代数工具Maple 13里就新增了一个软件包RegularChains（正则链），其中包含了吴先生主持或指导的一系列重大重点项目所取得的部份成果以及国外同行的有关工作。

胡国定先生曾经告诉我，那时我们做的“攀登”项目并非国内在机器证明方面的第一个项目。此前还有一个自然科学基金项目，课题成员包括吴先生、胡先生和洪加威三人。90年代以后吴先生注意力焦点逐步转向解方程和解方程组的机械化方法的研究，在我们首期“攀登”项目里设置有“代数系统求解的理论与算法”子课题，吴先生既是整个项目的首席科学家，又是这个子课题的成员。

早些时候吴先生在一次大会上讲过“不等式机器证明是一大难题”；后来又多次强调全局优化问题的重要；提出“有限核定理”并发表了一系列有关文章；这些都属于计算实代数几何的范畴。最近10年我们做的两期“973”项目都设置了实算法方面的子课题。这前后两个“实”课题也是由我负责主持。

为做项目，90年代我常穿梭于外地与北京之间，有几次赶上数学机械化中心每周例行的讨论班(seminar)。当时情景历历在目：吴先生、程民德先生和达先生（即吴文达先生，为避免混淆我们一向称之为达先生）总是前排就座全神贯注目不斜视，本单位和外单位学者济济一堂。作演讲的都很认真，随后的讨论热烈充分。这样的讨论班一个把小时肯定不够，一般都延续整个下午。主持讨论班的吴先生（那时75岁前后）意气风发思维敏捷，他的总结发言精辟有力令人振奋。

转瞬十几年过去，今年5月我们在北京庆祝吴先生90华诞并为此举行了“数学机械化”国际会议，各国在此研究领域的领军人物欣然与会并作学术演讲。喜看国内当初在吴先生的项目里和讨论班上的莘莘学子，许多已成为这个领域的研究主力。吴先生开创的事业后继有人，这是我们大家最高兴的事。

2009年9月

(作者为中科院成都计算机应用所研究员、华东师范大学教授)