

如烟往事五十年

——吴文俊先生智慧的光辉引领我夺得金杯

■ 黄文奇

那是上世的1956年，在武昌蛇山黄鹤楼畔的文华中学，我念高中二年级。当时中国政府号召向科学进军。一天晚饭后，还不到黄昏，我和几位同学一道散步，到了横街头的新华书店。随手翻开一本“中国青年”杂志。其中报导了远在北京的中国科学院数学研究所的朝气蓬勃的景象。文中特别谈到青年学者龚昇新荷出水似的卓越表现，并且谈到著名数学家吴文俊对他的好评和深谋远虑的指教。当时，他们二位给我的印象可说是“惊为天人”，尤其是吴先生崇高的仪态至今历历在目。

1957年秋我考入北京大学数学力学系。由于自己当初的误解，也由于当年政策的偏左，我被固定在力学专业读书，不得去心仪向

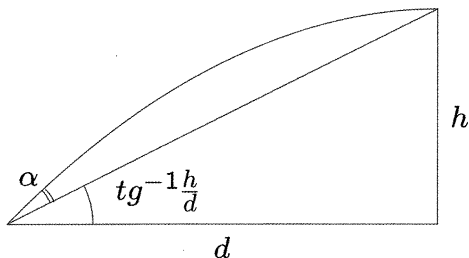
往的数学专业念纯粹数学。我一直处于“少年维特之烦恼”中。不过，虽说如此，当时的学校还是供给了我必要的衣食条件，让我学到了数学与力学中最初等最基本的哲学概念与具体技术。并且在课余时间，我还有心境和精力去好高骛远地自学陈建功先生的“实函数论”，希尔伯特的“数理逻辑基础”以及塔尔斯基的“初等几何和代数的判定法”。我妄想有朝一日能够一口气彻底地解决全部的数学问题。当然，这种所谓的自学，只能是似是而非甚至是稀里糊涂的。至多也只能说是感受到了一点这种美好数学中的温馨气氛而已，或者更正面一点说，提高了一点自己的眼界而已。没有高人指点，自己瞎摸，花了很多精力，更多的是得不偿失。

然而，在力学方面，我的运气很好，得到了当时力学专业最高等类学术水平的两位导师的指导，他们是周培源和黄敦先生。我当时虽说是身在曹营心在汉，但也还是在他们的指导下读了一点书，想了一点问题，帮他们作了一点鸡毛蒜皮似的细小科研工作。在这个过程中我仍然感受到了些许自二十世纪最伟大的物理学家海森堡与朗道传承下来的哲学，审美观念，思想方法以及具体技术。

1964年我毕业被分配至中国科学院西北分院兰州渗流力学室，后转计算室工作。其间我被借调参加一项军事研究的工作。其目的是要利用计算机指挥雷达和高射炮击中敌方飞机，即要研制指挥仪。这其中，最基本的一项研究任务是为射击静止目标写出以解析表达式为形式的射表。亦即，要说清，对于前方水平距离为 d ，高度为 h 的静止目标，炮管的仰角应高出高低角 $tg^{-1} h/d$ 多少？将此高出量称之为高角，记之为 α ，则高角 $\alpha = \alpha(d, h)$ 是目标水平距离 d 与高度 h 的二元解析函数。

对于每一个型号的高射炮都有一个射表函数 $\alpha = \alpha(d, h)$ 。但是由于空气湍流与地心引力的存在，这个函数是永远也不可能用精确的数学方法推导出来的。只能通过反复的试射，经测量再整理出以大量

数据形式给出的二元数值函数表 $\alpha_{\text{数值}}(d, h)$ 。数学家的任务是要为此密密麻麻的数值表函数找一个简单的解析函数 $\alpha(d, h)$ ，使其与 $\alpha_{\text{数值}}(d, h)$ 挨得很近，并且又简单得易于存储易于计算。



对于此种解析函数 $\alpha(d, h)$ ，研究组的同志们竭尽全力而寻找不得，面临密密麻麻的 $\alpha_{\text{数值}}(d, h)$ 中的十进制数据，一如坠入雾海，产生不出任何灵感，看不出任何有意思的规律。研究组中有留学苏联回国的副博士，查阅了函数逼近论的各种新近理论和技术也都不行。困境的表现是，尽管在基函数系中选了很多项的基函数，以致方次已经很高，逼近计算中出现数值大小极为悬殊的各种数字，使有的数字近乎溢出，也还是远远满足不了逼近精度的要求。

由于涉及军事机密，国外的具体资料也一概查不到。

在此境况下，我朦朦胧胧地感到，这样下去恐怕累死大家也永远找不到好函数 $\alpha(d, h)$ 。于是在我的建议下，当时的领导派我和另外一个同志出差北京请教中国科学院数学所的专家们，特别是请教吴文俊先生。在验证介绍信后，当时数学所的领导，大约是所革命委员会与军工宣队的负责人，为我们安排了约六七名数学家包括吴先生参加的座谈会。在我们说明了来意，说清问题与我们的困惑后，各位数学家大致都表示有点兴趣。其中吴先生说的比较具体，大致是说恐怕要挑选比较贴切的基函数系，要贴切于所要逼近的那个目标函数。随便取一个完备的基函数系来用，理论上可以收敛但实际上可能效果不好。

返回兰州后，对于吴先生的话我可以说是心有灵犀一点通。由于我学过几年力学，又到基地实地参观考察过，很快就想到，如果将仅限于第一象限的射表函数自然地开拓到二三四象限，至全平面，则函

数明显地就会呈现出内在的解析性，对称性与周期性。因此我们就可以据此大胆地选择具有这些性质的基函数系。这种系应该就是吴先生所说的比较贴切于问题本身的基函数系。

本质抓住了，在作少量的装配工作后即得出了具体的基函数系，然后以此基函数系为基础果然就构造出了又简单又精确的解析函数 $\alpha(d, h)$ ，将问题一举解决。此项工作最后得到了全体同志的好评，得到了有关部门的称赞。

通过吴先生的指导，通过此项具体工作，我作研究工作的胆子大了许多。我认识到，在新的困难的问题面前，套用现成的成法多半是不会有有什么好结果的。重要的是摸透本问题的特性，有针对性地想出解决问题的办法。

在文化大革命的十年间，由于自己家庭出身不好，政治水平又低，没有人邀我卷入任何派别，参与革命斗争。又由于是新分配至研究所的年青人，同所内一切人士都无积怨，因此没有任何人要清算自己。在文革十年全面停止业务工作的情况下，我度过了这一辈子最清闲最自由的时期。十年的时间使我得以从兴趣出发能从容不迫地重新学了一遍大学数学系纯粹数学专业的最重要的基础课程。我的数学修养和技能基本上达到了北京大学数力系纯粹数学专业的中下等程度毕业生的水平。指导我学习分析的是余家荣先生，指导我学习代数的是李慧陵学长。他们都是我国现代当之无愧的优秀数学家。

1973年我被调到位于武汉市的华中工学院工作。不久所在的软件教研室主任刘键安排我从事一项研究。问题来自当时管航空的六机部，已经收了人家陆万元人民币。由于我刚到，没有其它教学任务，不得不承担此项工作。所要解决的核心问题是已知 n 个半径各自任意给定的刚性球，又已知一个形状大小任意给定的圆柱形空腔，问能否及如何将这 n 个球放进空腔之中使他们之间两两互不嵌入。如果不能则报告不能，如果能则指出各个球在空腔中的位置。此问题的困

难在于空腔空间的大小虽不够很从容但还是有可能放下这些球体的情形。我开始想了一段时间，觉得无从下手。后来余家荣先生告诉我王元老师指出英国剑桥大学出版有一本书，Rogers的“Packing and Covering”，可能涉及这一问题。我在浏览以后发现，书中涉及的问题比我所面临的要简单得多，譬如各物体的形状大小相等，譬如有限空腔蜕化为整个无穷的三维空间。更有甚者，书中报导出研究这些简单问题的人都是历史上大名鼎鼎的数学家如拉格朗日、高斯、欧拉、闵可夫斯基等。尽管如此，这些问题仍然绝大多数尚未得到彻底的解决。这种情况首先启发我不能走纯粹理论推导找精确解的路子，要利用计算机找高精度的近似解。然而找近似解也无从下手，在已有的书和论文中没有相关的论述。

也是想的时间太长了，正如中国古代文献说的，“诚能感人，诚能通神”，“思之思之，鬼神助之”。后来我从人们挤公共汽车的景象中得到了灵感。将这些球想象为光滑的弹性体，强迫地将它们压进圆柱形空腔之中。然后让他们在弹性挤压排斥力的互相作用之下不断运动，直至每一个球都到达一个不受挤压的舒适位置。这事实上就是所求问题的解。由于我学过一段力学，很容易将以上挤压运动的过程用精确的数学表达式加以模拟，加以形式化，最后形成求解问题的算法。

在项目结题后我形成了论文，准备投往“应用数学学报”。我当年已听说过历史上许多从事新问题新方法研究的学者受人轻视的故事。我担心，若直接将论文投向“应用数学学报”，以我这个无名小卒的地位，文稿多半会被审稿的科学家轻易地扔进废字纸篓。于是我想到了吴文俊先生，相信他的智慧足以洞察本文的动机与合理内核。我估计吴先生对本文的想法不会认为是邪门歪道。我知道1962年他的书“力学在几何中的一些应用”在北京由中国青年出版社正式出版。我的文稿是根据力学看出了数学中的算法，而吴先生的书是在十几年以前根据力学看出了数学中的定理。哲学是通的，他是我的先行者。

几天之后，我鼓起勇气将论文寄给了吴先生，并附上一封信，表明希望他看一看此文，然后可能的话推荐给编辑部作进一步的处理。出乎我的意料之外，吴先生很快给我复信，说是论文看了并颇感兴趣，稍等一段时间“应用数学学报”编辑部会正式与我联系。他在信中还谈到中国科学院数学所的数学家吴方曾作过二维矩形空间中的许多矩形的Packing问题，他同样感到兴趣。不过吴方老师的方法与我的方法迥然不同，他用的是纯粹数学中的数论的方法。吴先生还说矩形Packing问题的解决可能在钢铁企业的生产管理中带来可观的经济效益。

接到吴文俊先生的复信后很快即收到学报编辑部的来信，表明对论文予以正式认收。经过一年零七个月后，我的论文在“应用数学学报”正式发表。此时此刻，可以说是，吴文俊先生牵着我的手让我正式地迈进了科学的大门。

大约就在论文发表的前后不久，在吉林大学召开了一个以王湘浩先生牵头的全国性的有关数学与计算机科学的学术会议。会议期间我拜访了吴先生，感谢他近十年对我的指教与关怀。我还谈到，由于自己在大学期间念的是力学。我数学书读得太少，人也不够聪明，水平比洪家威、马希文这些先进的学长们差远了。吴先生安慰我说，你不必太拘谨，你的工作可以说和他们比是在不同的学术方向上达到了相仿的高度。吴先生还特别说我关于射表逼近的工作，是为我国有关的工业部门首次完成了一项基础性的工作。他的这次谈话使我深受鼓舞。

上世纪70年代，华中工学院在全国根本没有什么名气，与今天产生过教育部长的华中科技大学根本不能同日而语。应用数学学报上这篇文章的发表使我在华中工学院几乎成了名人。徐利治先生的高足万宏辉跟我打趣说，你黄老师也真不简单，使华中工学院的数学第一次从喻家山打进了北京城。华中工学院创办了二三十年，还没有人在中科院数学所的“数学学报”或“应用数学学报”上发表过文章。很

快改革开放的浪潮席卷全国。在高等学校，出国进修成了一股强劲的东风，直把人往西吹。我被当时的院长朱九思推荐到美国读书。经过自己的联系，在王浩先生的帮助下，于1981年4月进了美国康奈尔大学数学系，师从Nerode教授。进修科目为纯粹数学数理逻辑中的递归论，亦即抽象算法论。

Nerode是美国数理逻辑界的名家，是希尔伯特的再传弟子。康奈尔大学数学系数理逻辑方向有很好的学术气氛，有中老年教授还有一些青年教师与研究生。他们都很友善开明，可以向他们请教，同他们讨论。中国大陆与我一道同来的还有中科院软件所的杨东屏老师以及我国著名数学家杨乐的夫人黄且圆老师，他们对我的学习与工作都作出了指教与帮助。在这段期间，我重点追踪，比较扎实地弄明白了哥德尔的不完全性定理。结合自己十余年来研究工作的经验，我认识到二十年前幻想用高深的逻辑公理体系一口气解决全部数学问题的想法是源于自己的年幼无知。人类智慧的来源，包括数学智慧的来源，根本上还是在于人对自然现象的体验，包括对人类社会现象的体验以及对自身心灵的体验。结合吴先生十多年以来对我的指教，此时此刻的我有一种大彻大悟的感觉。心里感到明亮多了，整个人也感到轻松多了。

在康奈尔这段时期我向导师Nerode学习了两样关键的东西。第一，他批评我思考问题太严格太拘谨，在思考的初期甚至中期阶段不妨放松一点。为了证明一个当今学术界前沿的定理，可以引用已发表的任何定理，即使这些定理的证明你现在还没有看懂都不要紧。逻辑材料的补足，逻辑路线的封闭化，这些工作尽管可以放在后面作。第二，他批评我论文中有太多的计算，“too much computation!”，应当学会用直觉看出一些东西，然后用尽量简单明白的语言将这些东西说清楚，而不要仰仗大量的计算。对于他的这两项批评我可以说是心悦诚服，心领神会。后来经过逐渐改进，我的数学修养有所提高。

我在康奈尔的学习生活费用，中国政府承担一年，导师Nerode承担四个月，康奈尔大学理论与应用力学系的系主任鲍亦兴教授承担两个月。在Nerode的指导下，我同他合作了一篇论文。合作的方式是他拿出他经多年玩味而看出来的全部十几二十个引理与定理，在他指导下由我对这些引理与定理给出证明并写成文稿。论文内容是利用整数集上的纯粹递归论的现代结果来建立实数与实函数的可计算性的基本理论。二十年后我在昆明的一次国际会议上碰到了一些海外华人青年数学家。他们说此文现在已成为国际上这一学术方向的奠基性论文。凡做实分析的可计算性理论的人多半都会引用此文。然而由于论文中的道理本质上不是来自我的灵魂的深处，虽然定理的证明都是经过我的手，但是我的印象并不十分深刻。用华罗庚先生的话说，不是我吃到心里的活计，是Nerode吃到了心里的活计。

由于在1961年前后我没有能吃饱饭，读书又过分用功因而患上了神经衰弱，以至于虽经休学一年也始终未能彻底痊愈。我不能适应美国较快节奏的生活环境，因而决定于1982年10月延长半年后，期满回国。回国前两个月，我接到了王浩先生从纽约洛克菲勒大学寄来的邀请信，他让我以咨询学者的身份访问他两个礼拜，并已安排好一千美元的支票准备很快寄来。后来因康奈尔大学的校规很严，不能提前走，只能访问王先生一个礼拜。

所谓访问王先生事实上是他出经费来让我学习NP完全理论，并聆听他有关的经验，哲学与料想。

王先生说递归分析虽然是很美丽的，但是毕竟有些人为了。而NP问题则纯属天然，是当今国际哲学界数学界及计算机科学界之共同的重大问题。对这种问题即使只获得了部分结果，也比对一些小程序彻底解决更有意义。他鼓励我说我比许多学逻辑的人有更强的组合才能，可下决心作NP问题。他指出了一条解决NP问题的路线。那就是为合取范式CNF的可满足性问题即SAT问题寻找快速求解算法。如果最终找到了此种算法即是正面的解决了NP问题，得知 $P = NP$ 。如果最终

发现此种快速算法不存在即是反面的解决了NP问题，得知 $P \neq NP$ 。他给了我一篇长文，此文本质上是他多年来对SAT问题求解算法研究的总结。文中探索了许多有意义的求解算法。王先生为我讲解了这些求解算法的直观意义，为我回国后看懂此文打下了基础。

回国后我和我的学生边学习边研究，王先生也两三个月来封信对我进行鼓励和指导。这期间我们得到的一个最有价值的部分结果是解决了NP问题早期研究历史中著名的蔡丁 (Teitin) 问题。

我们希望不断地改进已有的SAT算法而最终得到具有多项式复杂度的目标算法，从而正面解决NP问题。我们找难例来暴露已得到的最好算法的弱点，然后有针对性地改进这个已有的算法而得到新的更强有力的算法。可是后来发现这个过程好像从黑匣子中抽线，线越抽越长，而情况越来越复杂，最后难以收场。大约八年的时间过去了，仍然看不出解决NP问题的曙光。最后我们决定暂时搁置这个方向的研究，向王先生说明情况后，王先生一句话也没有责备我，仍然是和蔼与慈祥。

从1990年起，我将具体的研究方向转向了NP问题所自培育出来的领域——NP难度问题的现实求解。

NP难度问题的现实求解是当今计算机科学技术中的瓶颈。此项研究工作受到全世界各个国家各个部门的大力支持。在这个领域中，力学和物理学中的一些训练和素养十分有用，他们能通过各种方式潜移默化地转变为设计求解算法的策略和技巧。倒是公理化的绝对严格的逻辑体系在这里几乎没有什么用处。全世界近百年的实践说明，按照此种体系确实能设计出完整严格的求解算法来，但是真的算起来其计算时间动辄就是天文数字，多少万万！即使使用今天，包括明天，世界上最快的计算机也不可能缓解此种困境。然而，从物理世界物质运动演化图案中转换出来的有关算法却能在现实可以接受的时间内很平稳地将人们所需要的解答计算出来。

自上世纪八十年代末开始，全世界有关的计算机科学家都一窝蜂地转向了对这一方法的研究。然而由于他们当中的大多数在严格的数学和天然的物理学的这两个方面的任何一个方面都缺乏坚实的基础和长期的实践，做起工作来一时都有些牵强附会，不能达到很高的效果。

由于NP难度问题求解算法在当今计算机科学技术界的重要性，德国于1992年，美国于1993年分别为此举行了第一、第二届国际竞赛。1996年中国国家科学技术委员会为了庆祝国家863高技术计划实施十周年，在北京举办了第三届国际竞赛。参赛者中除了西欧北美等先进发达国家的知名学者外，还有中国的清华大学，中国科学院，北京航空航天大学，中国科技大学，山东大学等著名单位的先进科学家。在此竞赛中，我的算法以遥遥领先的成绩夺得了金杯（第一名）。在典礼上的授杯人为当时的中国国家科委常务副主任朱丽兰。

回想这个金杯的获得，当然首先得益于王浩先生十年的教诲。他教懂了我什么是NP问题。他耳提面命，让我理解了想问题要有一个模型，不能空想。要千方百计地让问题，让自己的思想路线变得好想。只有好想了才能想出好东西，得到好结果，而表述则要尽量通俗清晰和简单。

但是，对于我的科学工作路线的合法性问题，或者说对于自己科学哲学观的正义性的信仰问题或者说道德问题，我是在吴文俊先生思想的感召或者说影响之下才想通的。只有彻底地想通了这个问题自己才敢于在科学技术的道路上大胆地探索和大步地前进，否则将会畏首畏尾裹足不前。

在开始察觉拟物拟人方法的早期阶段，我的态度完全是实用主义。觉得它既然能解决问题，能让相当于今天150万元的科研经费得以交差，那就只好用它。在我心灵的深处还是怀疑这种方法是否有邪门歪道的嫌疑。

吴先生的著作“力学在几何中的一些应用”对我是一个巨大的鼓舞，给了我在哲学上的一个主心骨。以吴先生这样一个正统的大

数学家，既然他能瞧得起力学在得出几何定理中的作用，那么依物理学的图像得出有关几何的算法就绝不会是邪门歪道。事实上，计算机科学就是一个具体门类的数学，因此依物理学的图像而看出计算机科学中的算法乃是光明正大之举。因而从此以后我即完全脱离了自卑感与负罪感，自信自己走的不是歪门邪道而是光明大道。我得以有了个好的心情。

后来我逐渐以平静的心情加深了对吴先生著作的理解。那就是数学公理化方法固然有很多优点，是非常好的工具，但从根本上讲，它只能帮助人们整理思想，整理基本上已大致获得了的思维劳动的成果，而很难启发人们产生解决新问题的新智慧。因此当人们在探究新问题，特别是困难的新问题的时候，不能太依赖于公理化方法。还是要靠那个多少有点“神秘”的，不太容易把握得住的“自身的心灵”以及这个心灵对外部客观世界的观察与感应。在见了吴先生的著作之后又见了哥德尔的不完全性定理，已使我对以上观念深信不疑。

事实上拟物拟人一直是自古以来大数学家们的习惯和正统。只不过自19世纪末至20世纪中期以来，为打好数学科学的严格基础，公理化符号化的思潮风起云涌，使人们一时淡忘了这种科学的正统而已。随着新的有意义的困难问题例如NP难度问题的涌现，公理化符号化的方法会逐渐显示出自己的不足，朴素的拟物拟人途径会重新逐渐被数学家们所广泛选用。

大约是七八年前，吴先生应邀去成都中科院计算机应用研究所作学术访问。返京途中路过武汉，为安排吴先生起居，我有幸得以伴随吴先生几天。他向我讲了许多往事，其中让我提高眼界而且印象最深的是如下两点。第一是吴先生当年在交通大学读本科学习实变函数时的情景。第二是吴先生高中时期最受老师称赞自己又学得最有兴趣的课程其实是物理而不是数学。后来进大学念数学的原因是当时家境不够宽裕，而更高一层的师长却看重他的数学才能——许以进大学念数学就供给全额奖学金！

我们可以想象，如果吴先生当年高中毕业进大学念了物理，那将是怎样一番情景。依吴先生的悟性与将事情做到底的坚韧不拔的毅力，说不定会有可能成就一个比李政道杨振宁更先进的物理学家，使得全人类对宇宙获得更深的认识。甚至可能与海森堡及朗道比美抑或超过他们，致使中国人在当今的世界有更高的学术地位。天下的事哪能一下子都说的清楚呢？

那个求解NP难度问题的国际竞赛呢，直到如今每隔两三年都举行一次，于世界各国的美丽市镇轮流转。最近的两次分别是2007年在葡萄牙的里斯本和2009年在英国威尔士的天鹅海。至于我本人，因为已自觉体力不够好了，于今年春天办了退休手续。后又返聘。目前和学生合作，仍在求解NP难度问题方面作点具体工作。

吴文俊先生当年将我领进科学的大门，后来又在我的学术道路上，给了我哲学的主心骨，使我在摸索着前进的路上不至于太诚惶诚恐。

值此吴先生九十华诞之光明日子，我衷心地祝愿他松柏长青，寿比南山。

2009年11月28日

(作者为华中科技大学计算机科学与技术学院教授)