

吴文俊院士对我 研究数学史的启发和影响

■ 程贞一

我第一次见到吴文俊院士是在1991年北京召开的“《九章算术》暨刘徽学术思想国际研讨会”。在开幕式上，他提出研究数学史不仅是探索古代的成就，更重要的是能“古为今用”。吴院士这句话含意深刻，当时我就有多方面的联想。¹可惜在此会议上我没有机会与他交谈，甚感遗憾。

¹我当时也回想到在圣迭戈加州大学“比较科技史”(UCSD Chinese Study 170)课程的一个尝试：把《数书九章》大衍术中的演算程序(algorithm)用计算机语言(譬如Fortran或C-language)设为计算机程序。这尝试的目的是要分析秦九韶大衍术演算程序的逻辑。同时试测是否与现代计算机协调一致。在1983年，有位念电脑和电子工程的学生，王则建(David Wang)，成功地把秦九韶的大衍求一推算成程序编设于电脑中，求得正确的答案，成为第一学生完成此项目。

我是在1977年第一次回国，那时我在国外已快三十年了。我的主要工作是从原子物理的研究。但是我对古代中国在数学和科技方面的工作很早就发生兴趣，那时我还在上海念初中。当时的兴趣是一个直觉的感受，仅仅是偶然听到长辈们在谈话中提到古代中国指南针的发明和一些天文观测。事实上，那时我对古代中国在数学和科技方面的成就，实在是一无所知。但是这兴趣促进我翻读了一些古代书籍。然而这兴趣在1963年去英国讲学时再次强烈地涌出。在国外从事古代中国科技史研究，我体会到不仅难得有机会阅读到国内近代出版有关数学史与科技史的书籍，更难的是与国内学者直接交流。

我1977年回国是拜访北京大学周培源校长，周校长在1976年带领了首批中国学者访问美国学术界，在访问吾校圣迭戈加州大学物理系时我们结识。在北大拜访的那天，周校长告诉了我，高考制度即将恢复了，我们都十分兴奋。交谈了一些有关国内外物理研究与教育方面的事项后，我就提出了我的想法：在国外从事促进古代中国科技史的研究，希望能有机会与国内科技史学者见见面。事出意外，周校长似乎有些惊讶，但是甚为赞成。可惜那时图书馆政策是必须有特殊许可才能阅读古代书籍，因此在拜访期间没有能见到北京大学的藏书。可是两天后，我得到与中国科学院自然科学史研究所严敦杰、杜石然和梅荣照三位数学史学者在华侨饭店同聚晚餐的机会。在晚餐上，我得悉到一些国内数学史研究的近况，同时我也提出与国内科学史界合作在圣迭戈加州大学举办一个中国科技史国际会议的计划。当时他们表示有兴趣，但都觉得合作计划时机尚未到。如此，我第一次与国内数学史学者得到交流。回美后，1980年我在学校正式开了一门“中西比较科技史”的课程，并且开始了召开国际会议的筹备。六年后，突然得到中国科学院自然科学史研究所的通知，邀请参加1984年在北

京召开的第三届中国科技史国际会议。² 由此第二次回国开始，我得到多次回国机会与科技史学界和考古科技史学界交流。

也是在一个科技史会议上，我又一次见到吴文俊院士。那是1994年李迪教授在延吉科技大学召开的“第二届少数民族科技史学术大会”。在这会议上，我不仅初次听到吴院士专题讨论中国古代数学，而且有机会与他单独谈话。我在1988年圣迭戈加州大学召开第五届国际中国科学史会议上与白尚恕教授和沈康身教授交谈中，首次得悉吴院士在数学史方面的工作。后来又注意到他在近代数学的卓越成就，我对他顿然产生敬意。真是难能可贵，一位有如此深造的数学家愿意花时间从事实际古代中国数学史的研究。在延吉演讲中，他对中国数学成就的激情不知中引起我的共鸣。在会议主办的长白山天池之游，我们一路上边走边谈。会议后，在机场候机室等候时，我们又有机会交谈。吴院士兴趣广阔，见解精辟。深感遗憾没有能在1988年圣迭戈加州大学召开第五届国际中国科学史会议之前认识到吴院士和他在古代中国数学史的研究，真有相见过迟之感。

很巧，不久吴院士的二女吴云霄和她先生黄辰来到圣迭戈工作。吴院士曾在1995年去圣迭戈看他女儿一家，因而又能与吴院士在圣迭戈见面。1997年吴院士和夫人同去圣迭戈，也曾与女儿和孙子来寒舍小坐。1998年参加李文林教授在武汉召开的“数学思想的传播与变革：比较研究国际学术讨论会”之后去了北京，又一次与吴院士见了面。2000年我应香港城市大学物理系和语言系邀请任职客约教授。在这期间与中国科学院自然科学史研究所刘钝所长于2001年在

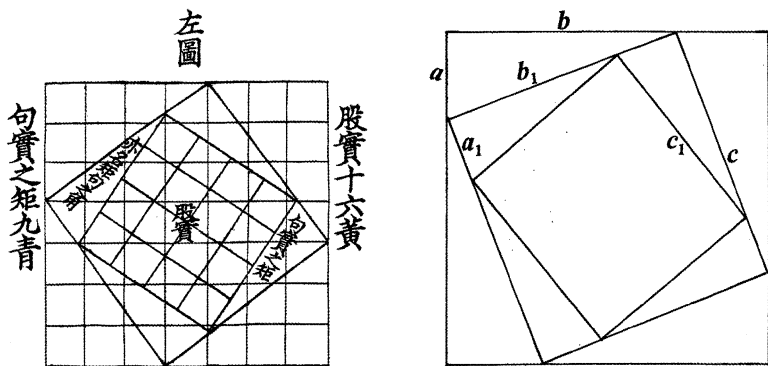
² 此会议系列是1980年在比利时第一次召开的。两年后，1982年在香港召开。1984年在北京第三次召开后，此会议系列成为研究古代中国科技史学者的一个主要国际大会系列。1986年和1988年相接地在澳大利亚悉尼和美国圣迭戈召开，第六届是1990年召开于英国剑桥。

城市大学召开第九届国际中国科学史会议。³ 吴院士作了大会报告，主讲古代中国数学的成就。吴文俊院士是一位古今中西精通的数学家，掌握了中西古代数学的精华。他的报告见解精辟，给国内外参加会议的学者有力地介绍了古代中国数学的成就。就是从事数学史之外的科技史学者也同样地获益匪浅。

香港寄职后，在2002年拜访了中国科学院数学所李文林教授和自然科学史研究所刘钝教授，同时参加了在北京召开的ICM2002国际数学家大会。在北京逗留的四个月中，曾与吴院士多次见面。有一次吴院士夫妇、李文林夫妇及我夫妇去了长安戏院听戏，显然吴院士对中国传统京剧也颇有爱好。

³ 也许值得在此解说一下，此国际中国科学史会议系列当时在国际科技史界所遭遇的一个问题。此大会系列自1980年在比利时开始到1990年在英国剑桥召开共10年，在这十年期间进行顺利，但是此会议系列没有一个正式稳定的组织。1984年在北京召开第三届此会议时，为建议第五届会议在圣迭戈加州大学召开，曾与自然科学史研究所所长席泽宗院士讨论到此事。为了从长计划，此会议系列应当有个正式稳定的组织。一个方法是把此会议系列正式置属于中国科技史学会或自然科技史研究所。1985年和1989年席院士两次来圣迭戈加州大学，每次我们都讨论到大会系列置属的问题。我非常希望有人可以又愿意出面处理此事。然而，1990年在英国剑桥召开第六届会议时，有些国外学者，竟然以天安门事件把政治气氛带进到一个学术会议中。正好也是在这会议上，美国学者Nathan Siven，英国学者Christopher Cullen等人出面，在会议中召开东亚科技史学会组织会，当时就通过成立东亚科技史学会及科技史会议在日本召开的提议。并决定每三年召开一次。出乎意外的是1993年在日本京都召开的会议竟取名为第七届国际东亚科技史会议。这措施引起许多科技史学者不满。东亚科技史学会当然可以召开国际东亚科技史会议但是为何要续为第七届？一个合理的措施应该由第一届开始。后来东亚科技史学会接着筹划于1996年八月在南韩首尔召开第八届国际东亚科学史会议。因此在1996年一月中国科学院在深圳召开了第七届国际中国科学史会议，由此恢复了国际中国科学史会议系列，两年后，第八届国际中国科学史会议在柏林1998年召开。东亚科技史学会接着于1999年在新加坡召开了第九届国际东亚科技史会议。2000年我去香港城市大学时，得悉第九届国际中国科学史会议尚未能召开。因此与中国科学院自然科学史研究所刘钝所长商谈后决定于2001年在香港城市大学召开了第九届国际中国科学史会议。我希望中国科技史会议系列能有一个稳定的组织，不收外界的干扰，能届届召开，给国际从事古代中国科技史研究学者一个正式交流频道。

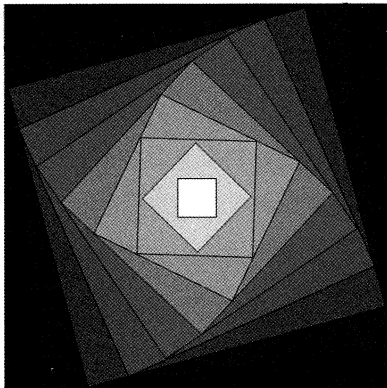
在这期间我也曾在中国科学院数学所作了一个报告——“商高弦图与赵爽旋方图”。记得吴院士曾对我说过，陈子的日高图应该刻于石碑上。我觉得这是一个有意义的建议。这些古代中国所遗留下来的数学图像是中国文化的产物，对普及数学教育也有其特殊价值。我也注意到赵爽的弦图已是中国科学院数学所大楼的标志。赵爽旋方图出自赵爽《周髀算经·商高篇》附注中的左图和右图。分析赵爽左图和右图可见此二图都是旋方图的特例（参见图一）。



图一 赵爽左图及其现代形式 $c_{i+1} = b_i$

如图一展示，赵爽左图是内方弦 c_1 等于外方股 b (即 $c_{i+1} = b_i$) 的一个旋方图，满足旋方条件 $c_{i+1} \geq c_i / \sqrt{2}$ 。然而赵爽右图设内方弦 c_1 等于外方句 a ，故 $c < a / \sqrt{2}$ ，不能满足上述旋方条件，因而右图旋方中断。由此可见，左右图除了示意“句实之矩”和“股实之矩”之外也可能含有现代所谓的几何级数的初步概念。

在下用电脑利用赵爽左图和右图绘画了一个图案设计，祝贺吴院士九十大寿。

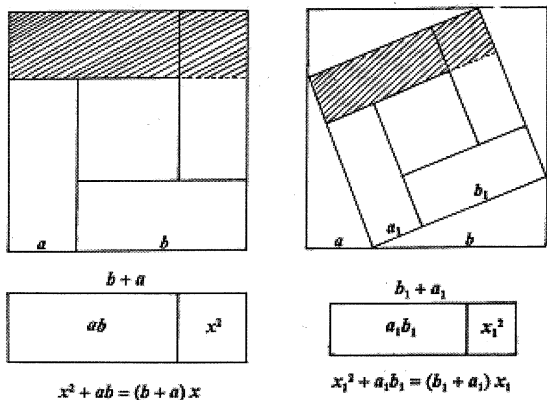


图二 赵爽旋方图的一个图案设计

我在数学所所作的报告主要是重评赵爽解带从法开方式的推导。我认为赵爽注文刊刻中因为出现了一个错字，导致李淳风等误解了赵爽的推导。事实上，赵爽利用弦图和旋方图中的面积关系建立了带从法开方式（即后来所谓的一般性一元二次方程），并且推导出此开方式的通解。赵爽的推导是古代中国代数学的一个杰出成就，更进一步地支持吴院士对古代中国代数学的高度评价。⁴ 在此把赵爽的推导简捷地叙述于下以供参考。

赵爽在《周髀算经·商高篇》的附注中，讨论左图句实之矩和右图股实之矩时，利用了面积关系建立一元二次方程，并求得其根。在他附注中的后段，赵爽采用一实例总结了他的推导。这实例假设已知“句股并” $(a+b)$ 和“实” (ab) ，求句 a 和股 b 。赵爽在解此实例之前推荐“以图考之”。依照赵爽所述，把弦图和左图中的相对直角三角形两两合并成矩形得图三。

⁴ 参阅吴文俊，〈中国古代数对世界文化的伟大贡献〉于《数学学报》第18期1975年。



图三 合并相对三角形形成矩形的弦图和左图

图三中标以斜线的矩形面积示意这些矩形可用来设立一元二次方程，解以上所提的实例，因为这些矩形的边长是已知的“句股并” $(a+b)$ 而其面积包含已知的“实” (ab) 。如图三所示标以斜线矩形的面积关系，这样一个矩形可设立下列一元二次方程：

$$x^2 - (b+a)x + ab = 0 \quad (1)$$

此方程的一次项（即从法项）系数是负“句股并” $(a+b)$ 其常数是实 ab 。

为解此一元二次方程，赵爽应用了相同关系 (identities)。根据赵爽原文“以差减并而半之为勾；加差于并而半之为股。”可得：

$$a = \frac{1}{2} [(b+a) - (b-a)] \quad (2)$$

$$b = \frac{1}{2} [(b+a) + (b-a)] \quad (3)$$

赵爽求根的推导原文如下：

令勾、股见者，互乘为其实，四实以减之，开其馀，所得为差。以差减合，半其馀为广，减广于并，即所求也。

在此“令勾、股见者”所指的勾和股正是上述相同关系的勾和股 [参见公式 (2) 和 (3)]。以现代数学符号表达“互乘为其实”得

$$ab = \frac{1}{4} [(b+a)^2 - (b-a)^2]$$

“四实以减之，开其馀，所得为差，”

$$(b-a) = \sqrt{(b+a)^2 - 4ab}$$

“以差减合，半其馀为广，”

$$a = \frac{1}{2} [(b+a) - \sqrt{(b+a)^2 - 4ab}] \quad (4)$$

“减广于并，即所求也”

$$b = \frac{1}{2} [(b+a) + \sqrt{(b+a)^2 - 4ab}] \quad (5)$$

由此推导，赵爽求得他的二次方程 [公式(1)] 的两个一般性的根。因为南宋嘉定六年 (1213) 传本把原文“令勾、股见者，互乘为其实”中的“互”字误刻为“自”字，学术史界对上述赵爽的推导出现误解。李淳风、钱宝琮以及近代译著者各有看法，由数学内容来分析，“自”字的确是“互”字的误刻。

值得注意，为了保持推导步骤的普遍性，赵爽整个的推导是以数学技术名词叙述。如果设 $b+a = -\beta/\alpha$ ，和 $ab = \gamma/\alpha$ ，赵爽的一元二次方程可改写如下：

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0 \quad (6)$$

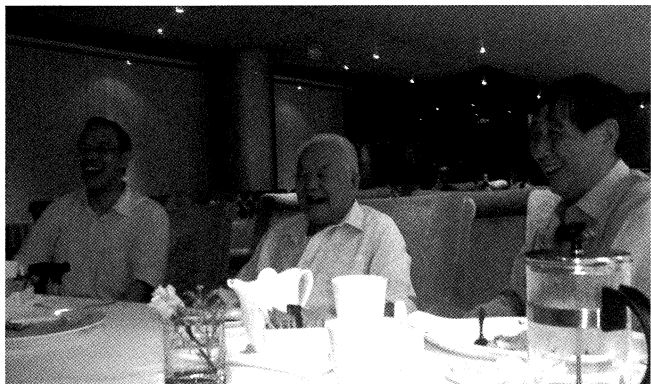
因此赵爽的两个根可改写如下：

$$x = \frac{1}{2\alpha} [-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}] \quad (7)$$

这正是一元二次方程的通解，即通常称为Vieta 公式的两个根，以法国十六世纪数学家Franciscus Vieta (1540–1603) 命名。由此可见，赵

爽公元三世纪的推导是中国代数学的一个重要成就，一个超时代的发展。再一次证实吴文俊院士对古代中国代数学的评价。

2009年是吴文俊院士的九十华诞，中国科学院系统科学研究院召开“数学机械化国际学术研讨会”，我荣幸地能参加他的庆祝大会。以下是吴院士、李教授和我这次在北京聚餐的一张近照。



转眼间吴院士与我已相识将近二十年了。在这期间，我从吴院士学习到的不仅是数学史，我也学习到为学的一些智慧。

吴院士对数学的理解是深刻的。他不仅对拓扑学作出过突破性的贡献，而且开辟了数学机械化的新领域。同时，吴院士对数学发展的分析是尖锐的。他不仅对古代希腊公理演绎证明作出适当的重估，而且对古代中国运算推导作出正确的定位。他体会到欧洲中世纪和文艺复兴期间的数学发展与古代中国和唐宋期间数学发展的可能关系。为了实事求是，他极力推动这期间中西数学交流史的研究，以弥补现今科技史的遗漏。更令人佩服的是吴院士把自己的奖金捐出，设立了丝绸之路研究基金，促进交流史的研究。

在国外从事中国科技史研究，时常遇到一些非学术上的困难，年轻时代的我常因此产生反感，认为这是对古代中国科技成就的一种偏见，没有能理智地分析这现象的多种因素。记得在学校开“中西

“比较科技史”课程后不久，有四位华侨后裔学生一起来我办公室找我谈话。他们表示十分惊讶，对我说“我们从来没听说过古代中国有科技而且有如此优先的成就”，他们非常兴奋学校能开这门课。在谈话中，我认识到他们都是成绩优秀的理工学生，⁵ 在他们的教育中对中国的认识多半来自他们的长辈和电视。在小学和中学期间，他们都接触到有关科技发展的历史，但是没有学习到有关中国的贡献。由他们的问话中，我可体会到他们对中国科技仍然持有戒疑。在国外生长的华裔学生既然如此，何况西方学生。西方对科技的发展不仅已有定型的理论和看法，而且许多这些理论和看法已被合并于西方基层科技教育课程中。逐渐地我也体会到，仅仅把古代中国科技成就介绍到国外是不够的，需要的是弥补和改进科技史不足之处，帮助把由以欧洲为中心观点的科技史改进到以全球为中心观点的科技史。

在庆祝吴院士九十华诞的学术会议上，我选择讨论这个问题。⁶ 以全球为中心观点来分析世界科技的发展，可体会到有史以来，在不同时代不同地区因不同文化所产生的异同，往往是有互助互补的功能。⁷ 分析中西古代数学运算方式和推导思路上的异同，显然可见由于运算方式上的差异，中西建立了不同符号体系和发明了不同运算工具；由于推导思路上的差异，中西创建了不同的推理系统和精炼出不同的运算程序。但是历史证实，这些异同对世界数学的发展曾多次出现相互推动和相互补助的功能。

（作者为圣迭戈加州大学物理系教授）

⁵ 在圣迭戈加州大学主修理工的学生必须选两门人文课。在美国科技史是属于历史系，所以“中西比较科技史”可选来满足人文选修课的要求。

⁶ 我的讲题是“一些中西古代数学运算方式和推导思路上的异同”。

⁷ 见Chen (Joseph) Cheng-Yih 程贞一。“Cultural Diversities: Complementarity in Opposites” in *On Deep Time Relations of Arts, Science, and Technologies in China and Elsewhere* (Verlag der Buchhanlung, Walther König, Köln, 2008), *Variology*, Vol. 3, pp. 152–188, ed. Siegfried Zielinski and Eckhard Furlus.